

## ***Temat: Badanie pól magnetycznych maszyn elektrycznych***

### **1. Badanie rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny prądu stałego. Obserwacja pola magnetycznego w szczelinie powietrznej wywołanego:**

- a. Przepływem uzwojenia wzbudzenia
- b. Przepływem uzwojenia twornika
- c. Przepływem uzwojenia komutacyjnego
- d. Wypadkowym przepływem uzwojenia twornika i komutacyjnego
- e. Wypadkowym przepływem wszystkich uzwojeń

### **2. Badanie pól magnetycznych bezkomutatorowych maszyn wirujących prądu przemiennego**

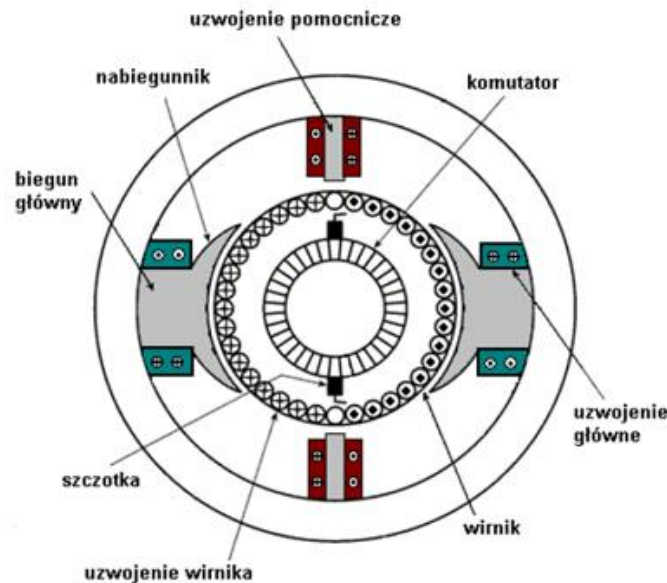
- a. Badanie rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej dla takiej chwili, gdy wartość prądu w jednej z faz układu trójfazowego osiąga wartość maksymalną
- b. Badanie hodografu wektora indukcji magnetycznej w przypadku zasilania w stanie symetrycznym oraz niesymetrycznym

# Przebieg ćwiczenia

## 1. Badanie rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny prądu stałego

### Wprowadzenie

Zasadniczymi częściami maszyn prądu stałego są: nieruchomy stojan oraz wirujący twornik (wirnik). Do wewnętrznej powierzchni jarzma stojana są przykręcone bieguny główne. Większość maszyn ma również bieguny komutacyjne (pomocnicze), umieszczone pomiędzy biegunami głównymi. Na rdzeniu bieguna głównego umieszcza się uzwojenie wzbudzenia. W zależności od sposobu połączenia uzwojenia wzbudzenia z obwodem twornika wyróżnia się uzwojenie obcowzbudne, bocznikowe lub szeregowo. W żłobkowym wirniku umieszcza się uzwojenie, w którym indukuje się (tworzy się) siła elektromotoryczna SEM. Uzwojenie wirnika nazywane zwykle uzwojeniem twornika jest połączone z wycinkami komutatora, który w maszynie prądu stałego spełnia rolę mechanicznego prostownika. Po wycinkach komutatora ślizgają się szczotki pozwalające połączyć wirujące uzwojenie twornika, w którego zewzwojach indukuje się zmienna w czasie SEM, z obwodem zewnętrznym o stałej biegunowości napięcia oraz prądu. Szczotki umieszcza się w trzymadłach aparatu szczotkowego przymocowanego do jarzma. Przekrój maszyny prądu stałego pokazano na rysunku 1. Na rysunku 2 przedstawiono schemat elektryczny poszczególnych obwodów maszyny.



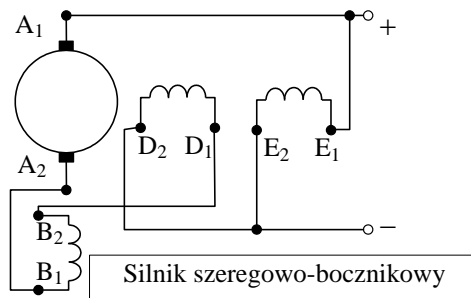
Rys.1. Przekrój dwubiegunowej maszyny prądu stałego

Przepływ jednego lub kilku uzwojeń wzbudzenia wywołuje strumień magnetyczny. Strumień magnetyczny przechodzący przez wirnik, szczelinę powietrzną, rdzenie biegunów głównych oraz jarano stojana jest nazwany strumieniem głównym. Pod wpływem strumienia głównego  $\Phi$  indukuje się w uzwojeniach twornika siła elektromotoryczna. Permeancja  $\Lambda$  głównego obwodu magnetycznego decyduje zgodnie z równaniem  $\theta = \Phi/\Lambda$  o wartości przepływu  $\theta$ , potrzebnego do wymuszenia strumienia  $\Phi$ . Jarzmo stojana wykonane jest zwykle jako odlew żeliwny lub staliwny. Ma ono kształt cylindra. Jarzmo stanowi korpus całej maszyny i jest wykonywane wspólnie z łapani, na których spoczywa maszyna: Jarzmo stanowi drogę dla strumienia magnetycznego. Rdzeń bieguna oraz

biegunnik są zwykle wykonane z pakietu blach w celu zmniejszenia strat na prądy wirowe. Prądy wirowe powstają tu na skutek pulsacji indukcji spowodowanej otwartymi żłobkami twornika. Nabiegunnik zajmuje zwykle 2/3 podziałki biegunowej  $\tau$ , określonej wzorem:

$$\tau = \frac{\pi \cdot D}{2p}$$

gdzie:  $D$  – zewnętrzna średnica twornika,  $p$  – liczba par biegunów



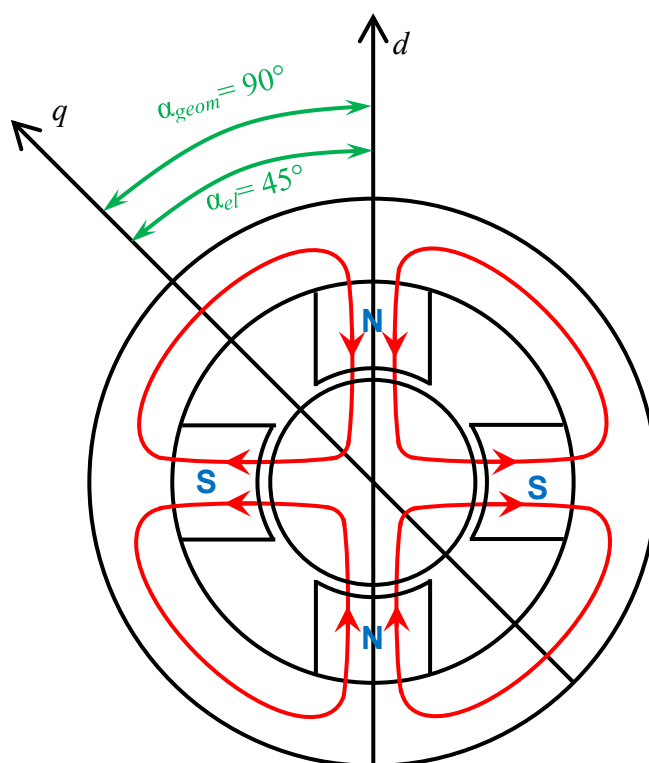
Rys. 2. Schemat połączeń maszyny prądu stałego:  $A_1A_2$  – uzwojenie twornika,  $B_1B_2$  – uzwojenie komutacyjne,  $D_1D_2$  – uzwojenie szeregowe,  $E_1E_2$  – uzwojenie bocznikowe

W nabiegunnikach biegunów głównych mogą być wyfrezowane osiowo żłobki, w których umieszcza się uzwojenie kompensacyjne. Uzwojenie kompensacyjne oraz uzwojenie komutacyjne łączy się szeregowo z uzwojeniem twornika. Rdzeń twornika tworzy dla głównego strumienia magnetycznego drogę o małej reluktancji oraz służy do mocowania uzwojenia. Rdzeń twornika dla ograniczenia strat od prądów wirowych wykonuje się z pakietu izolowanych od siebie blach. Uzwojenie wirnika wykonane jest z izolowanych przewodów lub prętów miedzianych. Uzwojenie umieszczone jest w żłobkach zamykanych klinami wykonanymi z materiałów niemagnetycznych. Wycinki komutatora wykonywane są z utwardzonej miedzi i izolowane od siebie. Wszystkie wycinki komutatora tworzą walec poprzedzielany wstawkami izolacyjnymi. Szczotki mogą być węglowo-grafitowe, elektrografitowe, miedziano-grafitowe lub brązowo-grafitowe. Szczelina powietrza pomiędzy twornikiem a nabiegunnikami jest stosunkowo duża, jej szerokość w osi bieguna głównego oznacza się literą  $\delta$ . W maszynach wydawniczo-biegunowych, do których należą również maszyny prądu stałego, oś biegunów głównych nazywa się osią podłużną „ $d$ ”. A przesunięta o kąt 90° elektrycznych nazywana jest osią poprzeczną „ $q$ ”. Kąt pomiędzy osiami wyrażony w stopniach elektrycznych  $\alpha_{el}$  określa się wg wzoru:

$$\alpha_{el} = p \cdot \alpha_{geom}$$

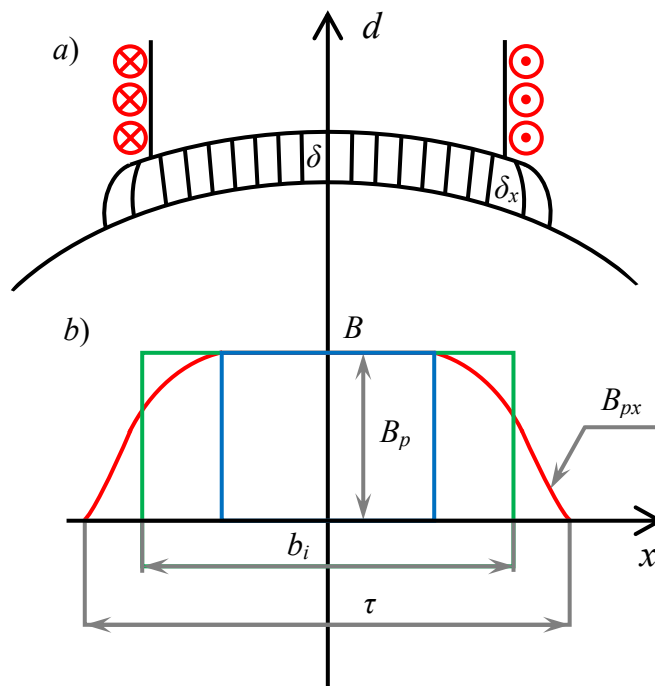
gdzie:  $\alpha_{geom}$  – kąt geometryczny,

## Pole magnetyczne w szczelinie powietrznej



Rys. 3. Pole magnetyczne oraz przestrzenne usytuowanie osi podłużnej i poprzecznej w czterobiegunowej maszynie prądu stałego

Na rysunku 3 pokazano rozpływ strumieni magnetycznych i rozmieszczenie osi podłużnej i poprzecznej w czterobiegunowej maszynie prądu stałego. Należy pamiętać, że ze względu na symetrię obwodów magnetycznych wszystkie rozważania dotyczące maszyn elektrycznych można przeprowadzać na modelu maszyny dwubiegunowej. Strumień magnetyczny wychodzący z bieguna maszyny rozdziela się na dwie części. Podobnie rozkłada się na dwie części strumień magnetyczny w jarzmie. Przechodząc z nabiegownika do twornika, strumień rozkłada się na całej powierzchni twornika, odpowiadającej jednej podziałce biegunowej (rys. 4)



Rys. 4. Przebieg linii sił (a) oraz rozkład pola magnetycznego (b) wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej po jednym biegunem maszyny prądu stałego

Na znacznej części podziałki biegunowej szerokość szczeliny powietrznej jest stała i równa  $\delta$ . W tej części podziałki indukcja ma wartość stałą, równą  $B_p$ . Na krańcach biegunów szczelina się zwiększa, a więc wartość reluktancji rośnie. W miejscu gdzie szerokość szczeliny jest równa  $\delta_x$ , indukcję  $B_{px}$  można wyznaczyć ze wzoru:

$$B_{px} = B_p \cdot \frac{\delta}{\delta_x}$$

Rozkład indukcji magnetycznej na długości podziałki biegunowej pokazano na rysunku 4b.

Powierzchnia zawarta między krzywą indukcji a osią odciętych odpowiada strumieniowi magnetycznemu przechodzącemu przez szczelinę powietrzną z jednostki długości nabiegownika do jednostki długości twornika (wirnika). Zwykle nieregularne pole objęte krzywą indukcji zastępuje się prostokątem o wysokości  $B_p$ . Podstawę tego prostokąta nazywa się idealnym łukiem bieguna i oznacza się  $b_i$ . Idealny łuk bieguna jest umowną długością łuku bieguna, przez którą przeszedłby cały strumień, gdyby indukcja na całej tej długości była stała i równa  $B_p$ . Stosunek idealnego łuku bieguna do podziałki biegunowej nazywa się idealnym współczynnikiem wypełnienia podziałki biegunowej  $\alpha_i$ :

$$\alpha_i = \frac{b_i}{\tau}$$

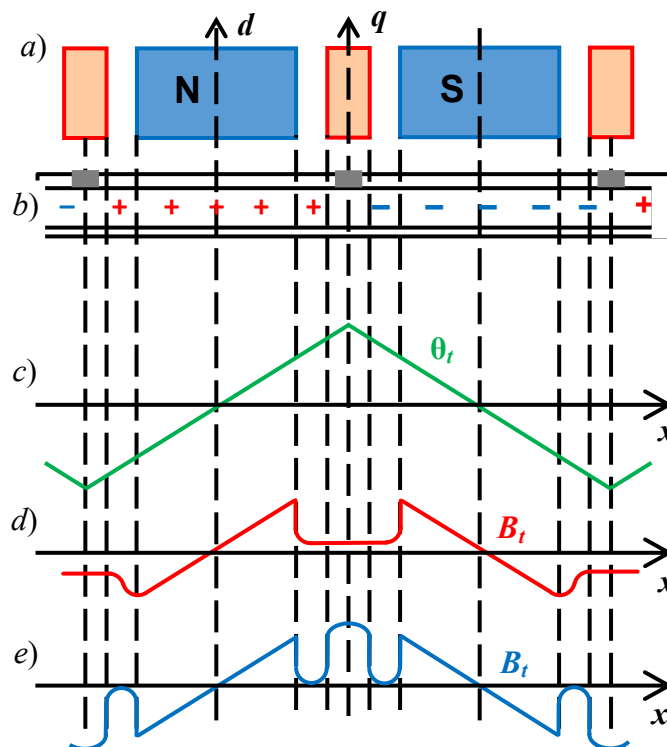
W maszynach z biegunami pomocniczymi  $\alpha_i = (0,65 - 0,68)$  a w maszynach bez biegunów pomocniczych  $\alpha_i = (0,7 - 0,75)$ . W maszynie, w której działa wyłącznie przepływ uzwojenia wzbudzenia, czyli gdy przez obwód twornika nie płynie prąd, rozkład indukcji w szczelinie jest taki, jak pokazano na rysunku 4b. Przepływ twornika zmienia rozkład indukcji w szczelinie powietrznej. Wpływ pola twornika na rozkład indukcji magnetycznej w szczelinie najłatwiej bada się w maszynie

bez biegunów komutacyjnych i uzwojenia kompensacyjnego. Prąd przepływający przez uzwojenie twornika wywołuje przepływ twornika. Kierunek tego przepływu jest wymuszony przez położenie szczotek na obwodzie komutatora. Wpływ przepływu twornika na pole magnetyczne wytworzone przez przepływ wzbudzenia nazywa się oddziaływaniem twornika, Zjawisko oddziaływania twornika można łatwo wyjaśnić, posługując się rozciętym i wyprostowanym obwodem przekroju maszyny, jaki pokazano na rysunku 5. Dla uproszczenia pominięto żłobki, a rzeczywistą powierzchnię twornika z uzwojeniem rozłożonym w żłobkach zastąpiono powierzchnią gładką o umyślnym uzwojeniu, rozłożonym równomiernie na całej długości twornika. Prąd przypadający na jednostkę długości takiego umyślnego obwodu twornika nazywa się okładem prądowym:

$$A = \frac{N \cdot i_a}{\pi \cdot D}$$

gdzie:  $N$  – liczba wszystkich przewodów w żłobkach,  $i_a$  – prąd w jednym przewodzie,  $D$  – zewnętrzna średnica twornika,

Warstwy okładu prądowego, zmieniające się odpowiednio do zmiany kierunku prądu przy przejściu przez szczotki, pokazano na rysunku 5.5b. Przy założeniu nieskończenie małej szerokości szczotek uzyskuje się pod szczotką skokową zmianę znaku okładu prądowego, Okład prądowy zależy od obciążenia i wyzyskania maszyny i wynosi od 8000 A/m w maszynach małych do 60 000 A/m w maszynach dużych.



Rys. 5. Oddziaływanie twornika w maszynie prądu stałego; a) rozcięty i wyprostowany obwód przekroju maszyny prądu stałego, b) kierunki okładu prądowego uzwojenia, c) rozkład przepływu twornika wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej maszyny, d) rozkład wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej indukcji wytworzonej przepływem twornika bez biegunów komutacyjnych, e) rozkład indukcji wytworzonej przepływem twornika maszyny z biegunami komutacyjnymi

Na rysunku 5 pokazano rozkład wzdłuż obwodu twornika przepływu i indukcji magnetycznej wywołanej prądem twornika. Na długości ograniczonej punktami, oddalonymi o  $x$  od podłużnej osi maszyny, przepływ twornika będzie:

$$\theta_{tx}(x) = 2A \cdot x$$

Przepływ twornika wzbudza strumień twornika, zamykający się przez szczelinę, nabiegunnik, szczelinę i rdzeń twornika. Jeżeli pominąć spadek napięcia magnetycznego w ferromagnetyku, to spadek napięcia magnetycznego w szczelinie jest równy połowie wartości przepływu, czyli:

$$V_{tx} = A \cdot x$$

Spadek napięcia magnetycznego osiąga wartość maksymalną w osi poprzecznej czyli:

$$V_{tx \max} = A \cdot \frac{\tau}{2}$$

Po przejściu pod szczotką zmienia się znak okładu, a więc zmienia się kierunek nachylenia prostej przepływu względem osi odciętych. Wykresem przepływu (napięcia magnetycznego) twornika jest linia łamana, W osi podłużnej wartość przepływu twornika jest równa zero.

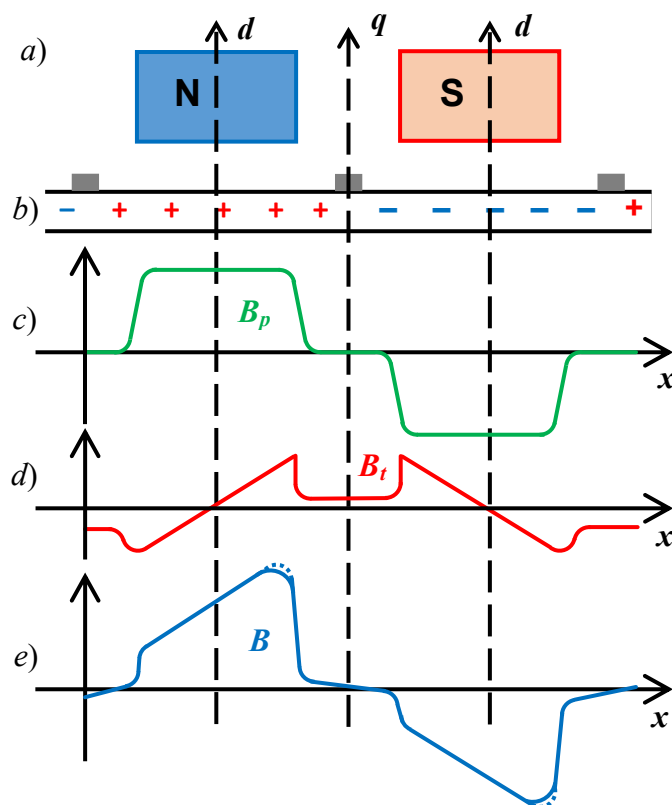
Natężenie pola magnetycznego w punkcie  $x$  będzie:

$$H_{tx} = \frac{V_{tx}}{\delta_x} = \frac{A \cdot x}{\delta_x}$$

gdzie:  $\delta_x$  – długość drogi strumienia w powietrzu, natomiast indukcja magnetyczna w punkcie  $x$ :

$$B_{tx} = \mu_0 \cdot H_{tx} = \frac{\mu_0 \cdot A \cdot x}{\delta_x}$$

Na dużej części podziałki biegunowej długość drogi strumienia jest stała i równa szerokości szczeliny  $\delta$ . Na krańcach długość drogi strumienia znacznie wzrasta, zatem indukcja  $B_{tx}$  maleje, jak pokazano na rysunku 5d. Przepływ twornika zależy tylko od natężenia prądu twornika, Ze względu na to, że połowa uzwojenia twornika znajduje się w obszarze ujemnej indukcji pochodzącej od twornika, a połowa w obszarze indukcji dodatniej, siła elektromotoryczna indukowana w całym uzwojeniu (między szczotkami) teoretycznie jest równa zero. Jeżeli szczotki znajdują się w osi poprzecznej, to przepływ twornika skierowany jest wzdłuż poprzecznej osi maszyny i zjawisko oddziaływania twornika nazywa się oddziaływaniem poprzecznym. Podczas pracy maszyny pole oddziaływania poprzecznego dodaje się do pola biegunów głównych (rys. 6). Gdyby nie występowało zjawisko nasycenia, to krzywa  $B_x$ , przebiegałaby wzdłuż linii kreskowanej (rys. 6). Zmniejszenie strumienia pod jedną połówką bieguna byłoby skompensowane wzrostem strumienia pod drugą połówką i strumień wypadkowy nie uległby zmianie. Jednak na skutek nasycania się obwodu magnetycznego (nabiegunników) w tej części bieguna, w której przepływy twornika i wzbudzenia dodają się, wypadkowa indukcja  $B_x$ , maleje (krzywa rzeczywista przebiega niżej). Skutkiem tego strumień wypadkowy na przestrzeni podziałki biegunowej jest mniejszy od strumienia biegunów głównych. Dlatego w przypadku gdy obwód magnetyczny maszyny jest nasycony, kiedy oddziaływanie poprzeczne twornika powoduje zmniejszenie strumienia magnetycznego, maleje również SEM indukowana w uzwojeniu twornika. Zjawisko oddziaływania twornika, jak wynika z rysunku 6, zniekształca rozkład indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej.



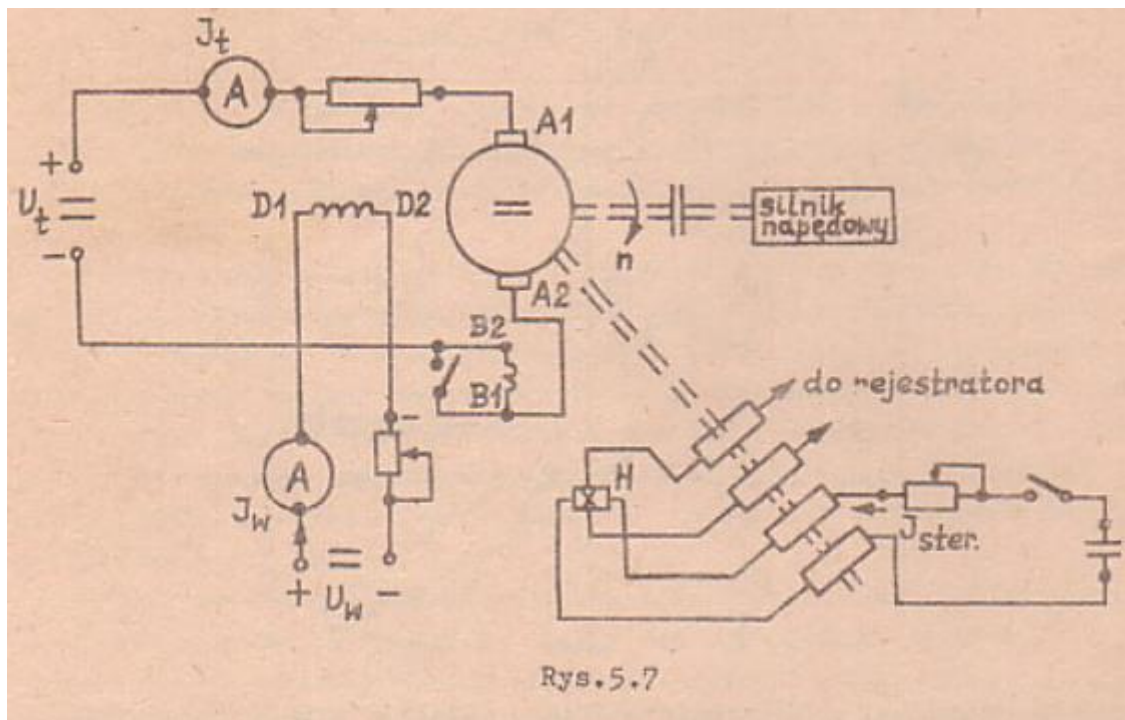
Rys. 6. Graficzne wyznaczenie rozkładu indukcji wypadkowej wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej w maszynie prądu stałego

Oddziaływanie poprzeczne twornika na ogół nie jest korzystne. W maszynach małej mocy, bez biegunów komutacyjnych, skutkiem oddziaływania twornika przeciwdziała się, przesuwanie szczotki do strefy magnetycznie neutralnej, to znaczy do takiego położenia, gdzie  $B = 0$ . W maszynach większych i dużych ujemnym skutkiem oddziaływania twornika zapobiegają bieguny komutacyjne i uzwojenia kompensacyjne. W niektórych specjalnych maszynach prądu stałego (np. w amplitronie) zjawisko poprzecznego oddziaływania twornika jest wykorzystywane do indukowania w uzwojeniu twornika siły elektromotorycznej.

**Celem ćwiczenia** jest doświadczalne wyznaczenie rozkładu indukcji magnetycznej w szczeliny powietrznej maszyny prądu stałego bez biegunów komutacyjnych i uzwojenia kompensacyjnego oraz w maszynie z biegunami komutacyjnymi

**Pomiaru rozkładu indukcji** dokonuje się hallotronem umieszczonym na obwodzie twornika. Końcówki hallotronu są połączone z pierścieniami ślizgowymi, umożliwiającymi połączenie wirującego hallotronu z aparaturą umieszczoną poza maszyną (rys. 7). Poprzez dwa pierścienie ślizgowe zasila się obwód sterujący hallotronu. Napięcie wyjściowe hallotronu poprzez dwa pierścienie ślizgowe łączy się z rejestratorem, Napięcie wyjściowe hallotronu jest proporcjonalne do indukcji magnetycznej w szczeliny powietrznej. Rozkład indukcji wzdłuż obwodu twornika rejestruje się podczas wirowania wirnika. Twornik badanej maszyny wprowadza w ruch obrotowy silnika napędowy.





**Rys. 7. Schemat połączeń układu pomiarowego**

Po wprowadzeniu wirnika w ruch obrotowy krzywą rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej wyznacza się dla trzech przypadków:

a) przy znamionowym prądzie wzbudzenia i prądzie twornika równym zero – wyznacza się rozkład indukcji wywołany przepływem biegunów głównych

$$(I_w = I_{wn}; I_t = 0)$$

b) przy znamionowym prądzie twornika i prądzie wzbudzenia równym zero – wyznacza się rozkład indukcji wywołany przepływem twornika

$$(I_t = I_{tn}; I_w = 0)$$

c) przy znamionowym prądzie wzbudzenia i znamionowym prądzie twornika – wyznacza się rozkład indukcji w szczelinie powietrznej maszyny prądu stałego wzbudzonej oraz obciążonej znamionowym prądem twornika

$$(I_w = I_{wn}; I_t = I_{tn})$$

Zarejestrowane krzywe należy wyskalować w jednostkach indukcji magnetycznej. Do skalowania należy wykorzystać znamionowe parametry hallotronu. Na podstawie zarejestrowanych krzywych należy wyznaczyć idealny łuk bieguna oraz idealny współczynnik wypełnienia podziałki biegunowej. Sprawdzić, czy poprzeczne oddziaływanie twornika osłabiło strumień magnetyczny w szczelinie powietrznej. Zastanowić się nad kolejnością występowania po sobie biegunów głównych i komutacyjnych w różnych stanach pracy maszyny (silnik, prądnica). Określić czy szczelina powietrzna pod biegunem komutacyjnym jest większa czy mniejsza od szczeliny powietrznej pod biegunem głównym oraz czy przepływ biegunów komutacyjnych jest większy od przepływu twornika.

## 2. Badanie pól magnetycznych bezkomutatorowych maszyn wirujących prądu przemiennego

### Wprowadzenie

W maszynach elektrycznych wirujących uzwojenia wytwarzające pole magnetyczne są wykonywane jako skupione lub rozłożone w żłobkach na wewnętrznym obwodzie stojana lub zewnętrznym obwodzie wirnika. Uzwojenia bezkomutatorowych maszyn prądu przemiennego są, poza nielicznymi wyjątkami, uzwojeniami rozłożonymi w żłobkach.

Zasadniczym elementem uzwojenia rozłożonego jest zwój, który stanowi pojedynczy obwód prądowy. Kilka zwojów połączonych szeregowo tworzy zezwój. Zezwój stanowi podstawowy element wkładany do żłobków. Zezwój ma dwa boki, umieszczone w żłobkach, oraz połączenia czołowe łączące ze sobą boki. Łącząc kilka zezwojów leżących w sąsiednich żłobkach, uzyskuje się grupę zezwojów. Jedna faza uzwojenia, nazywana też pasmem fazowym, powstaje przez połączenie szeregowo lub równoległe określonej liczby grup. Uzwojenia poszczególnych faz są od siebie niezależne. Uzwojenia bezkomutatorowe są wykonywane jako jednofazowe, dwufazowe, trójfazowe lub ogólnie m-fazowe.

Uzwojenia maszyn prądu przemiennego można podzielić na:

- jednowarstwowe, w których każdy bok zezwoju zajmuje cały żłobek,
- dwuwarstwowe, w których każdy bok zezwoju zajmuje tylko połowę miejsca w żłobku.

Po podzieleniu całkowitej liczby żłobków, znajdujących się na obwodzie stojana lub wirnika, przez liczbę faz oraz liczbę biegunów, uzyskuje się liczbę  $q$ , określającą ilość żłobków przypadającą na jedną fazę i jeden biegun. Liczba  $q$  może być liczbą całkowitą lub ułamkową. Część obwodu stojana przypadająca na jeden biegun wyznacza podziałkę biegunową:

$$\tau = \frac{\pi_D}{2p}$$

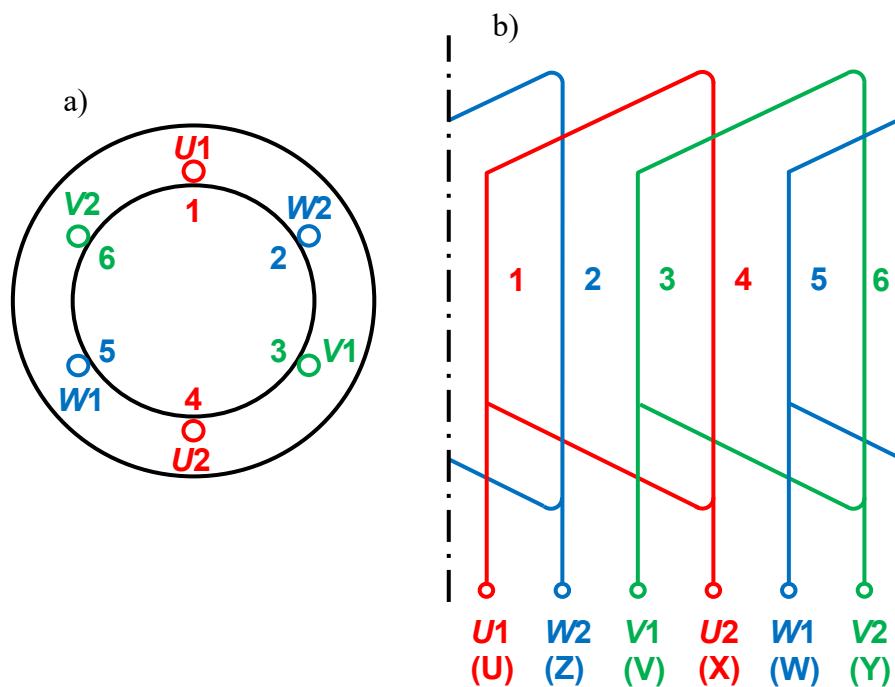
gdzie:  $D$  – wewnętrzna średnica stojana,  $p$  – liczba par biegunów.

Rozpiętość jednego zezwoju może być równa lub mniejsza od podziałki biegunowej. W pierwszym przypadku uzwojenie jest nazywane średnicowy, natomiast w drugim cięciwowy lub skróconym. Dwa różnoimienne bieguny następujące po sobie są oddalone o kąt 180 stopni elektrycznych. Na obwodzie stojana jest więc  $p \cdot 180$  stopni elektrycznych. Można więc napisać ogólny związek:

$$\alpha_{el} = p \cdot \alpha_{mech}$$

Gdzie:  $\alpha_{el}$  – kąt elektryczny.  $\alpha_{mech}$  – kąt mechaniczny

Na rysunku 8 pokazano schemat rozwinięty najprostszego uzwojenia trójfazowego średnicowego o danych: liczba faz  $m=3$ , liczba par biegunów  $p=1$ , liczba żłobków  $z=6$ ,  $q=1$ . Początek pierwszej fazy oznaczony  $U1(U)$  można umieścić w dozwolonym żłobku. Drugi bok tego zezwoju  $U2(X)$  musi być oddalony od boku pierwszego o podziałkę biegunową.



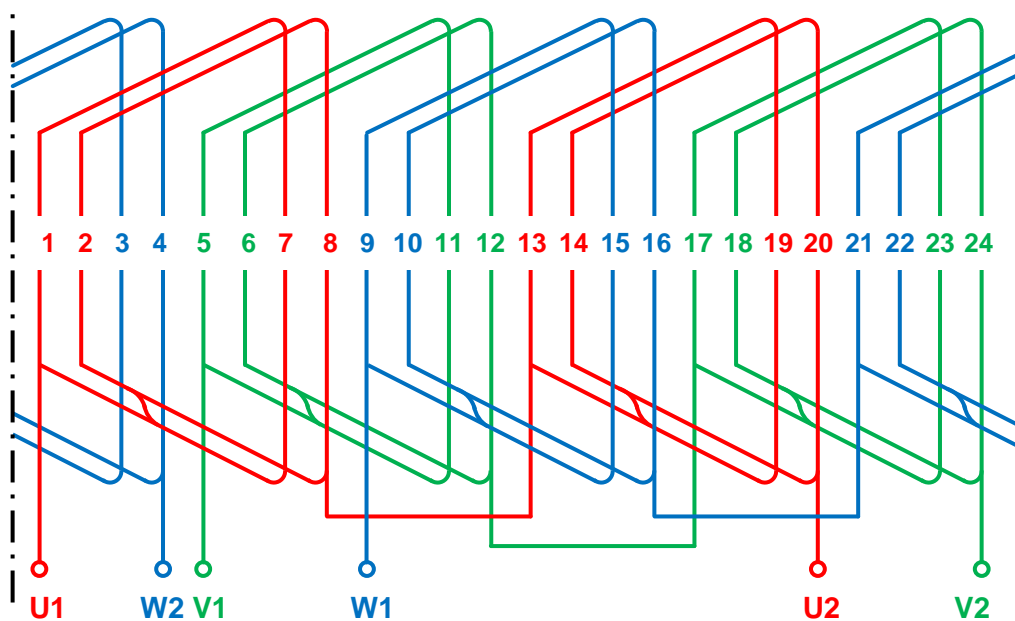
Rys. 8. Rozkład w żłobkach stojana (a) oraz schemat rozwinięty (b) uzwojenia 3-fazowego średnicowego jednowarstwowego oddanych:  $m=3$ ,  $p=1$ ,  $z=6$ ,  $q=1$

Początek cewki fazy drugiej V1(V) musi być oddalony od początku fazy pierwszej o  $120^\circ$  elektrycznych. Gdy  $p = 1$ , stopnie elektryczne równają się stopniom mechanicznym. Koniec cewki fazy drugiej oznacza się V2(Y). Początek fazy trzeciej W1(W) jest oddalony od początku fazy drugiej o  $120^\circ$  el. Podobnie koniec fazy trzeciej W2(Z) jest oddalony od końca uzwojenia fazy drugiej o  $120^\circ$  el.

Schemat rozwinięty uzwojenia jednowarstwowego dla  $p=2$ ,  $m=3$ ,  $q=2$  pokazano na rysunku 9

**Uwaga:** Oznaczenia podane w nawiasach są stosowane w maszynach wyprodukowanych przed rokiem 1976.

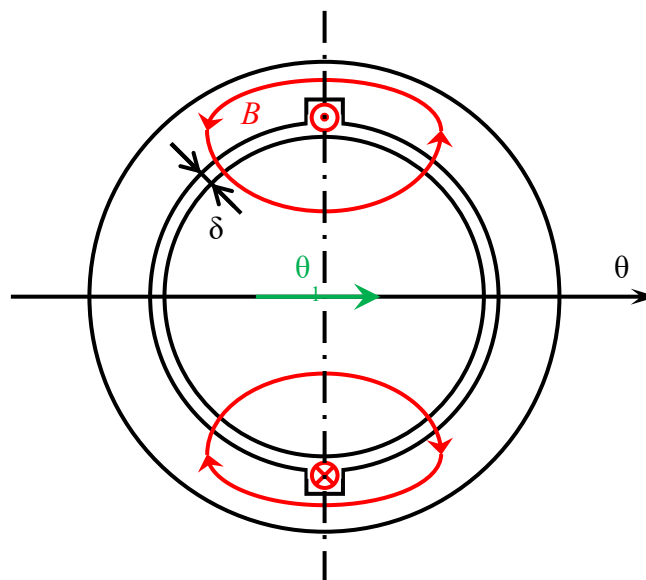
Na pokazanym schemacie uzwojenia poszczególne grupy zezwojów są połączone szeregowo.



Rys. 9. Schemat rozwinięty uzwojenia jednowarstwowego średnicowego o danych:  $p=2$ ,  $m=3$ ,  $q=2$ ,  $z=24$

### Przepływ uzwojeń maszyn prądu przemiennego

Jeśli przez uzwojenie ułożone w żłobkach płynie prąd, wówczas powstaje przepływ wzbudzający pole magnetyczne (rys.10). Linie pola magnetycznego zamykają się na drodze nazywanej obwodem magnetycznym. Przepływ uzwojenia jest proporcjonalny do czasowej funkcji prądu.



Rys.10 Pole magnetyczne wytwarzane przez cewkę średnicową umieszczoną w żłobkach stojana maszyny o równomiernej szczeliny powietrznej

Natężenie pola magnetycznego wyznacza się z prawa przepływu. Całka liniowa wektora natężenia  $H$  pola wzdłuż dowolnej drogi zamkniętej jest równa (przepływowi) sumie prądów  $i$  przechodzących przez powierzchnię ograniczoną tą krzywą, czyli:

$$\oint H \cdot dl = i \cdot z_z$$

Jeśli przyjmie się, że przenikalność magnetyczna stali jest nieskończenie duża, wówczas można założyć, że spadek napięcia magnetycznego w stali równy jest zeru, a linie pola wychodzą z rdzenia promieniowo. Ponieważ strumień na swojej drodze musi przejść dwukrotnie przez szczelinę powietrzną, zatem:

$$\oint H \cdot dl = 2 \cdot \delta \cdot H_\delta = i \cdot z_z$$

Gdzie:  $\delta$  - szerokość szczeliny powietrznej,  $H_\delta$  – natężenie pola w szczelinie

Spadek napięcia magnetycznego wzdłuż jednej szczeliny, czyli przepływ potrzebny na jednokrotne przeprowadzenie pola przez szczelinę  $\theta_z$ , jest równy:

$$\theta_z = H_\delta \cdot \delta = \frac{1}{2} \cdot z_z \cdot i$$

Przy założeniu równomiernej szczeliny natężenie pola magnetycznego w szczelinie powietrznej będzie:

$$H_\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_z \cdot i}{\delta} = \frac{\theta_z}{\delta}$$

Przy nienasyconym obwodzie magnetycznym taki sam rozkład ma indukcja magnetyczna w szczelinie.

### **Przepływ uzwojenia jednofazowego**

Zakładając, że prąd w przewodzie jest skupiony w środku przewodu, wówczas przepływ zezwoju  $\theta_z$ , natężenie pola, a także i indukcja w szczelinie ma wartość stałą wzdłuż całego obwodu, zmieniając znak w punkcie, w którym znajduje się przewód, Przy założeniu zmienności prądu określonej wzorem:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin \omega t$$

gdzie:  $I$  – skuteczna wartość prądu,  $\omega$  – pulsacja,

Maksymalna wartość przepływu zezwoju na biegun będzie:

$$\theta_{zmax} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot z_z \cdot I$$

Rozkład tego przepływu wzdłuż obwodu maszyny dla maksymalnej wartości prądu pokazano na rysunku 11. Taki rozkład jest często nazywany krzywą wzbudzenia pola. Przestrzenny rozkład przepływu, przedstawiający krzywą prostokątną, można rozłożyć w szereg Fouriera. Amplituda pierwszej harmonicznej przestrzennego rozkładu tego przepływu będzie:

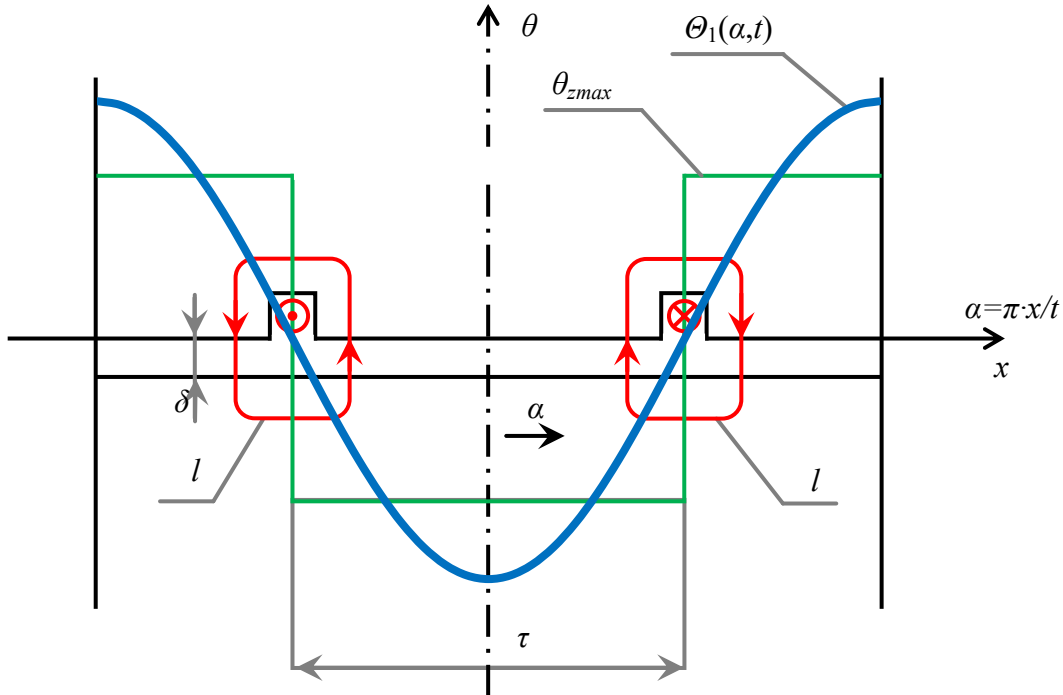
$$\theta_{max1} = \frac{4}{\pi} \cdot \theta_{zmax}$$

Przyjmując układ współrzędnych przechodzący przez oś cewki (jak pokazano na rysunkach 10 i 11), równanie pierwszej harmonicznej przepływu w zależności od czasu i miejsca, po uwzględnieniu omówionych związków, będzie:

$$\theta_1(\alpha, t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot I \cdot z_z \cdot \sin \omega t \cdot \cos \alpha$$

gdzie:  $\alpha$  – kąt elektryczny mierzony wzdłuż obwodu twornika

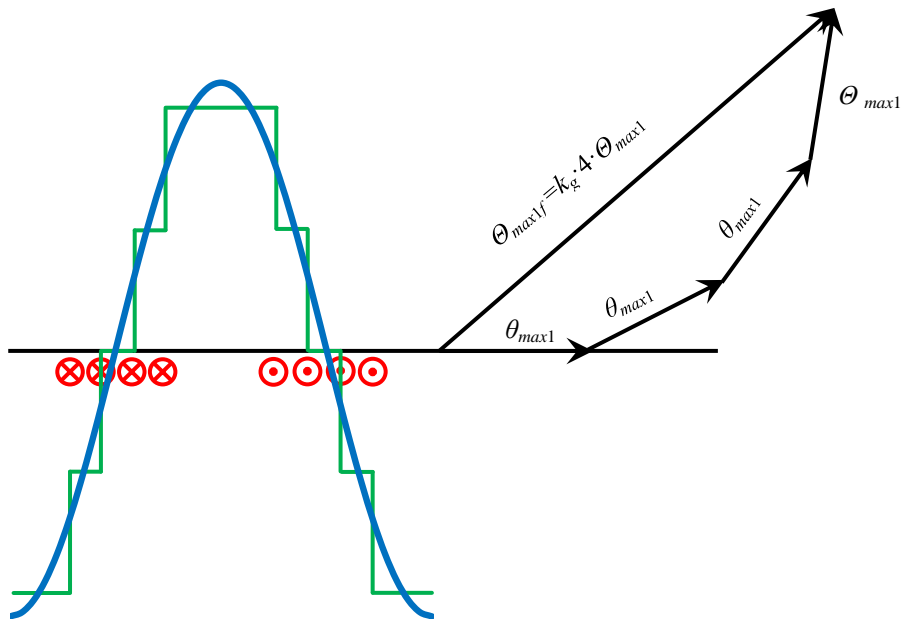
Pierwszą harmoniczną przepływu można przedstawić za pomocą wektora  $\theta_1$ , (rys. 10) o kierunku odpowiadającym osi symetrii zezwoju, którego zwrot i miara zależy od chwilowej wartości i kierunku prądu w zezwoju. Wektor taki ma stały kierunek, a jego wartość zmienia się cyklicznie od  $(+\theta_{max1})$  do  $(-\theta_{max1})$ . Takie pole nazywa się polem pulsującym lub oscylacyjnym.



Rys. 11. Krzywa wzbudzenia pola wytwarzanego przez cewkę z rys. 10

Jeżeli uzwojenie składa się z grupy  $q$  zezwojów umieszczonych średnicowo (rys. 12), to wypadkowa amplituda pierwszej harmonicznej jest równa wektorowej sumie amplitud pierwszych harmonicznych poszczególnych zezwojów. Sumę wektorową można zastąpić sumą algebraiczną, pomnożoną przez współczynnik grupy  $k_g$ , będący stosunkiem wartości wektorowej sumy przepływów do ich sumy algebraicznej. Jeżeli zezwoje mają rozpiętość mniejszą od podziałki biegunowej, to w wyrażeniu na wypadkową amplitudę pierwszej harmonicznej przepływu należy uwzględnić współczynnik skrótu  $k_s$ . Iloczyn współczynnika skrótu i współczynnika grupy  $k_g$  jest nazywany współczynnikiem uzwojenia  $k_u$ :

$$k_u = k_g \cdot k_s$$



Rys. 12. Graficzne wyznaczenie krzywej wzbudzenie uzwojenia 1-fazowego rozłożonego

Amplituda pierwszej harmonicznej wypadkowej przepływu uzwojenia jednofazowego (na jeden biegun) będzie:

$$\theta_{max1} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot I \cdot z_z \cdot q \cdot k_u = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot I \cdot \frac{z \cdot k_u}{p}$$

gdzie:  $z$ - całkowita liczba połączonych szeregowo zwojów uzwojenia

$$z = z_z \cdot q \cdot p$$

Przepływ pierwszej harmonicznej można wyrazić jako funkcję czasu i kąta  $\alpha$ :

$$\theta_1(\alpha, t) = \theta_{max1} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \alpha$$

Wykorzystując tożsamość trygonometryczną:

$$\sin \omega t \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} [\sin (\omega t + \alpha) + \sin (\omega t - \alpha)]$$

będzie:

$$\theta_1(\alpha, t) = \frac{1}{2} [\theta_{m1} \sin(\omega t - \alpha) + \theta_{m1} \sin(\omega t + \alpha)] = \theta'(\alpha, t) + \theta''(\alpha, t)$$

Z powyższego związku wynika, że przepływ pulsujący wyznaczony przez uzwojenie jednej fazy można traktować jako sumę dwóch wirujących fal przepływu, poruszających się w przestrzeni z tą samą prędkością w przeciwnych kierunkach.

Rzeczywistą krzywą przepływu uzwojenia rozłożonego w żłobkach zasilanego prądem sinusoidalnym najłatwiej wyznacza się metodą graficzną (rys. 12)

Umownie przyjęto, że prądy oznaczone kropkami mają zwrot ku patrzącemu a krzyżykami od patrzącego. Pod każdym przewodem należy nanieść wartość przepływu, o który zmienia się wypadkowy przepływ, po przejściu danego boku zezwoju.

Po wykreśleniu wypadkowego przepływu otrzymuje się krzywą schodkową. Następnie należy ustalić oś odciętych, która jest osią symetrii wypadkowego przebiegu. Czasami uzwojenie rozłożone w żłobkach wygodnie jest zastąpić uzwojeniem ciągłym, tak aby wypadkowy przepływ pozostał bez zmian. Wtedy zamiast krzywej schodkowej uzyska się krzywą trapezową.

### Przepływ uzwojenia trójfazowego

Przepływ uzwojenia trójfazowego jest sumą przepływów poszczególnych uzwojeń fazowych. Zwykle bierze się pod uwagę wyłącznie uzwojenia symetryczne, to znaczy tak wykonana, że osie uzwojeń fazowych przesunięte są w przestrzeni o  $120^\circ$ . Jeśli przez trójfazowe uzwojenie symetryczne przepływają prądy trójfazowego układu symetrycznego opisane funkcjami:

$$i_U = \sqrt{2} \cdot I_U \cdot \sin \omega t$$

$$i_V = \sqrt{2} \cdot I_V \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_W = \sqrt{2} \cdot I_W \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$$

to wyrażenia opisujące pierwsze harmoniczne przepływów fazowych mają postać:

$$\theta_U(\alpha, t) = \theta_{max1} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \omega t$$

$$\theta_V(\alpha, t) = \theta_{max1} \cdot \cos(\alpha - 120^\circ) \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$\theta_W(\alpha, t) = \theta_{max1} \cdot \cos(\alpha + 120^\circ) \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$$

Gdzie:  $\theta_{max1}$  – amplituda pierwszej harmonicznej przepływu jednej fazy

Po zsumowaniu pierwszej harmonicznej przepływów poszczególnych faz:

$$\theta_{m=3}(\alpha, t) = \theta_U(\alpha, t) + \theta_V(\alpha, t) + \theta_W(\alpha, t) = \frac{3}{2} \cdot \theta_{max1} \cdot \sin(\omega t - \alpha)$$

Z powyższego wzoru wynika, że przy zasilaniu symetrycznym trójfazowego uzwojenia symetrycznego uzyskuje się przepływ wypadkowy o stałej amplitudzie, wirujący z prędkością kątową  $\omega$ . Przepływ wypadkowy jest przepływem kołowym. Przepływy wzbudzające pole magnetyczne poszczególnych faz opisują następujące wyrażenia:

$$\theta_U(\alpha, t) = \theta_{max1} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \omega t$$

$$\theta_V(\alpha, t) = \theta_{max1} \cdot \cos(\alpha - 120^\circ) \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$$

$$\theta_W(\alpha, t) = \theta_{max1} \cdot \cos(\alpha + 120^\circ) \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$$

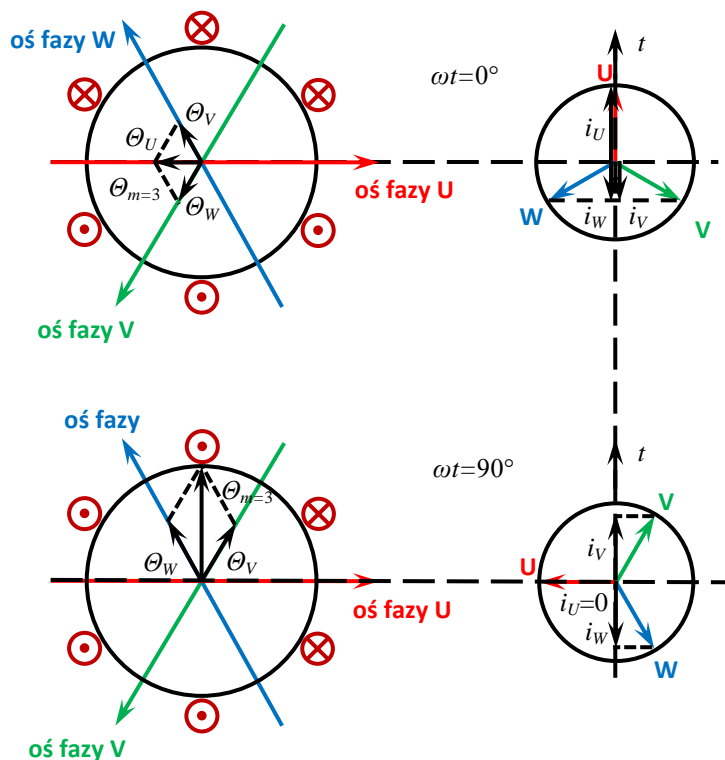
Przepływ wypadkowy przyjmuje postać:

$$\theta_{m=3}(\alpha, t) = \frac{3}{2} \cdot \theta_{max1} \cdot \sin(\omega t + \alpha)$$

Jest to również przepływ kołowy, tyle że zmianie uległ kierunek wirowania. Pierwszą harmoniczną wypadkowego przepływu uzwojenia trójfazowego można też wyznaczyć graficznie. W tym celu należy zsumować wektory przepływów uzwojeń fazowych. Kierunki tych wektorów pokrywają się z osiami uzwojeń. Zwrot i wartość wektora jest określona chwilową wartością prądu fazowego. Wartość chwilową prądu fazowego najprościej wyznacza się, rzutując wektor danego prądu na oś czasu. Łatwo stwierdzić, że miejscem geometrycznym końca wektora (hodograf wektora) pierwszej harmonicznej przepływu wypadkowego jest koło (rys. 13). Rzeczywistą krzywą przepływu wypadkowego uzwojenia trójfazowego najprościej wyznaczyć graficznie (rys. 14), metodą jak przy uzwojeniu



jednofazowym. Kształt krzywej przepływu oraz jej położenie w przestrzeni zależy od chwilowych wartości prądów fazowych. Pokazaną na rysunku 15 krzywą przepływu uzwojenia wyznaczono dla chwili, w której prąd fazy U osiągnął wartość maksymalną. Wartości prądów w pozostałych fazach wyznaczono z wykresu wektorowego. Przynależność przewodów do poszczególnych faz oznaczono kreskami. Założono ilość zwojów w zezwoju równą jedności, co nie jest ważne, gdyż ta wielkość jest tylko współczynnikiem proporcjonalności. Rzeczywiste kierunki prądów w przewodach należy wyznaczyć posługując się schematem rozwiniętym uzwojenia. Tą samą metodą można sprawdzić, że dla innej chwili czasowej zmieni się zarówno położenie krzywej przepływu, jak i jej kształt.



Rys. 13. Graficzne wyznaczenie wektora przepływu wypadkowego uzwojenia 3-fazowego zasilanego symetrycznym układem prądów dla dwóch chwil czasowych

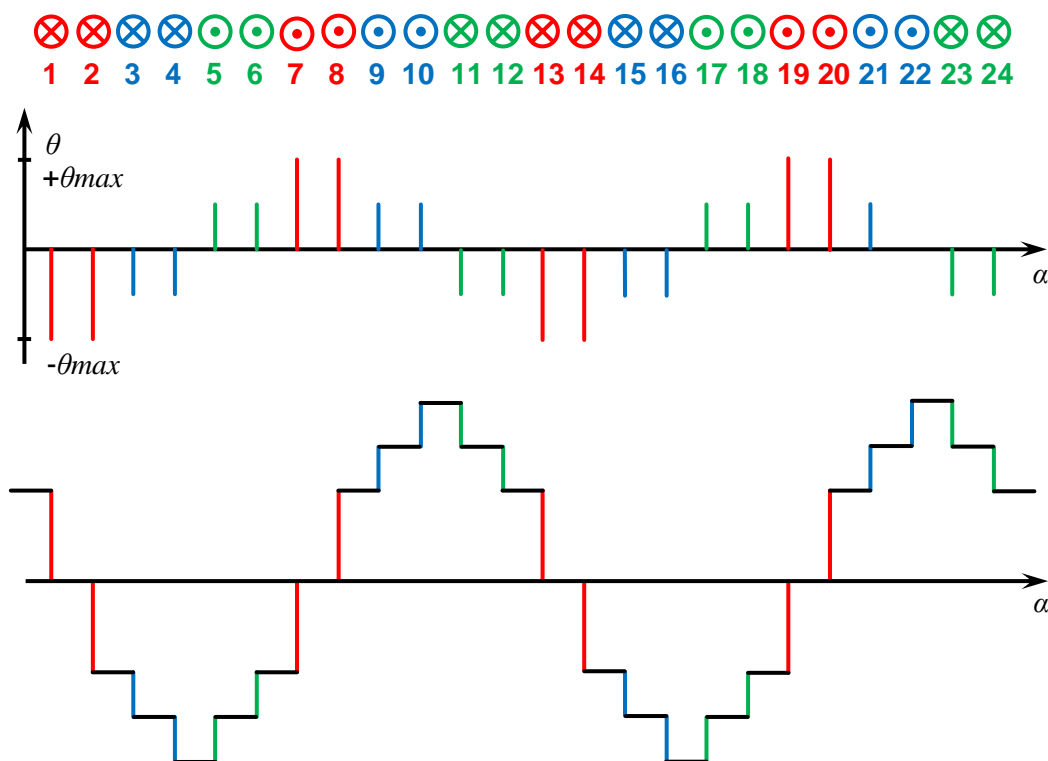
### Przepływ uzwojenia trójfazowego zasilanego trójfazowym niesymetrycznym układem prądów

Niesymetria może być spowodowana nierównością amplitud prądów fazowych lub nierównością przesunięć fazowych. W przepływie wypadkowym, obliczonym w sposób analogiczny jak poprzednio, stwierdza się dwa przepływy o różnych amplitudach, wirujące w przeciwnych kierunkach. Można wykazać, że przepływ o kierunku zgodnym jest proporcjonalny do symetrycznego układu prądów, który w postaci zespolonej wyraża się następującymi zależnościami:

$$\underline{I}_{1U} = \frac{1}{3}(\underline{I}_U + a \cdot \underline{I}_V + a^2 \cdot \underline{I}_W)$$

$$\underline{I}_{1V} = \underline{I}_{1U} \cdot a^2$$

$$\underline{I}_{1W} = \underline{I}_{1U} \cdot a$$



Rys. 14. Graficzne wyznaczenie krzywej przepływu dla wybranej chwili czasowej uzwojenia 3-fazowego z rys. 9

Przepływ o przeciwnym kierunku wirowania określony jest przez symetryczny układ prądów, które określa się z zależności:

$$\underline{I}_{2U} = \frac{1}{3}(\underline{I}_U + a^2 \cdot \underline{I}_V + a \cdot \underline{I}_W)$$

$$\underline{I}_{2V} = \underline{I}_{2U} \cdot a$$

$$\underline{I}_{2W} = \underline{I}_{2U} \cdot a^2$$

W zależnościach tych literą  $a$  oznaczono zespolony operator obrotu o kąt  $120^\circ$  ( $a = e^{-j120^\circ}$ ).

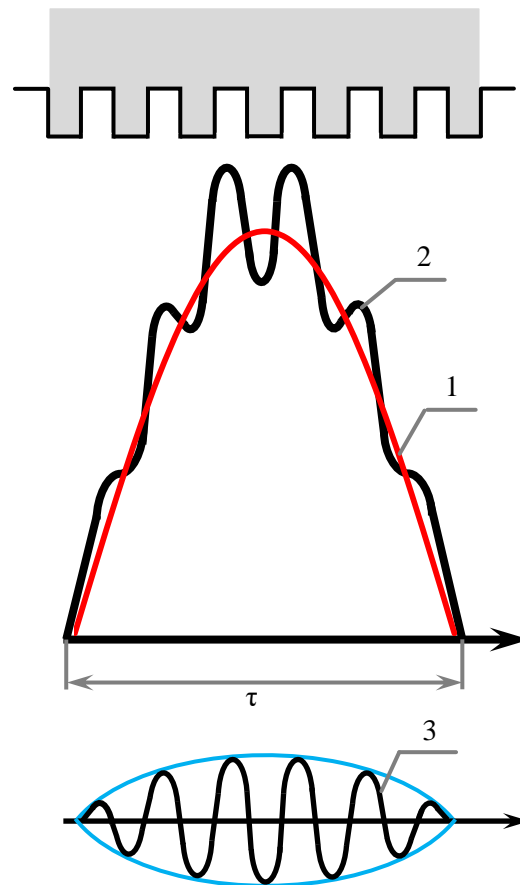
Pierwszy układ prądów, wytwarzający przepływ wirujący w kierunku zgodnym, ma zgodną kolejność faz (po fazie U następuje faza V itd.). Układ ten nazywa się układem symetrycznym zgodnej kolejności faz. Drugi układ prądów, wytwarzający przepływ wirujący w kierunku przeciwnym, ma przeciwną kolejność faz (po fazie U, następuje faza W itd.). Ten układ prądów jest nazywany układem symetrycznym przeciwnej kolejności faz. Jeśli z dwóch przepływów wirujących w kierunkach przeciwnych  $\theta_1$  i  $\theta_2$  rozłożyć przepływ o większej amplitudzie, na przykład  $\theta_1$  na dwa przepływy wirujące w kierunku zgodnym:  $\theta_1'$  i  $\theta_1''$ , tak aby amplituda przepływu  $\theta_1'$  była równa amplitudzie przepływu  $\theta_2$ , otrzyma się pole pulsujące o amplitudzie  $2\theta_2 = 2\theta_1'$  oraz pole wirujące o amplitudzie  $\theta_1''$ . W tym przypadku hodografem wektora przepływu jest elipsa, a powstałe pole magnetyczne jest nazywane polem wirującym eliptycznym. Dla wybranych przypadków niesymetrycznego zasilania można znaleźć omówioną uprzednio metodę graficzną hodografu wektora przepływu. Na podstawie powyższych równań można dojść do wniosku, że układ co najmniej dwóch cewek przesuniętych względem siebie w przestrzeni, zasilanych prądami sinusoidalnymi o tej samej częstotliwości lecz o

różnych fazach, w zależności od przesunięcia kąтового uzwojeń i przesunięcia fazowego prądów wytwarza przepływ magnetyczny eliptyczny, kołowy lub pulsujący. W przypadku zastosowania układu połączeń uzwojeń stojana w gwiazdę z przewodem zerowym lub w trójkąt w szczelinie powietrznej pojawiają się dodatkowe przepływy. Takich przypadków nie omówiono.

### Wpływ żłobków na rozkład indukcji magnetycznej w szczelinie

Dotychczas omówione były krzywe przepływu uzwojeń. Gdyby szczelina była równomierna, taki sam przebieg miałby rozkład natężenia pola w szczelinie, a przy braku nasycenia również i indukcja. Występowanie żłobków powoduje okresowe zmiany szerokości szczeliny. Zwiększenie szczeliny powoduje zmniejszenie natężenia pola, a więc i indukcji w szczelinie.

Żłobkowanie sprawia, że linie pola nie mają kierunku promieniowego. Jeżeli żłobki miałyby tylko stojan, przebieg pola przy sinusoidalnej krzywej przepływu byłby taki jak na rysunku 16. Analogiczny byłby przebieg indukcji. W rozkładzie indukcji w szczelinie można wyodrębnić wyższe harmoniczne żłobkowe. Jeżeli żłobki są również w wirnik, wówczas przebieg indukcji zależy dodatkowo od wzajemnego położenia wirnika i stojana.

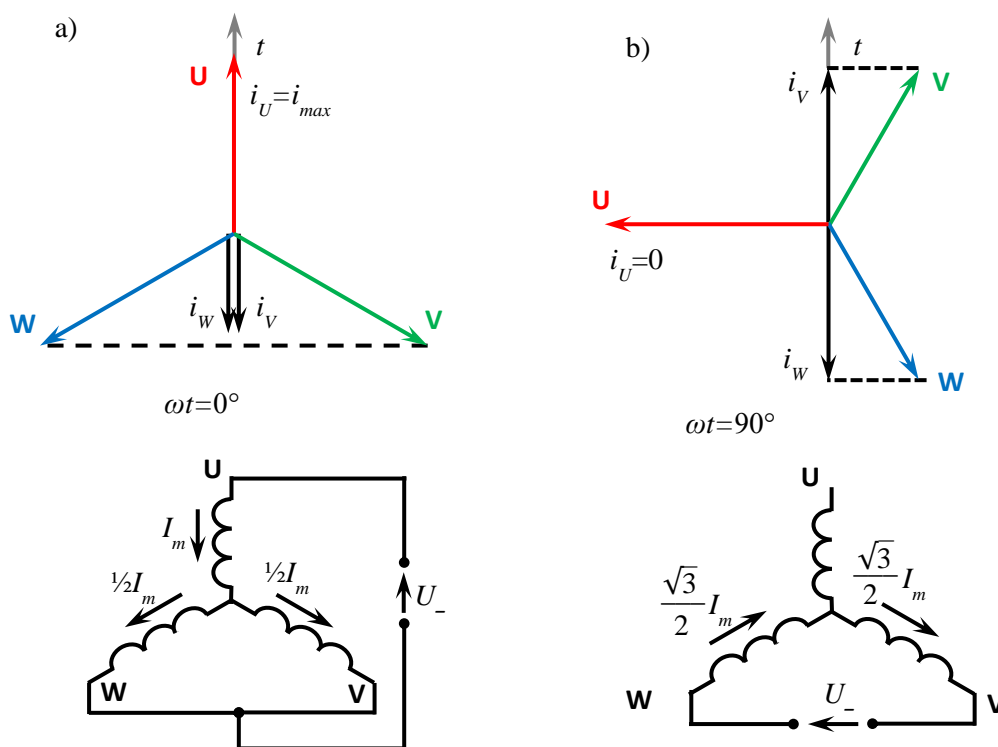


Rys. 16. Wyższe harmoniczne w polu magnetycznym 1- przebieg sinusoidalny, 2- przebieg wypadkowy, 3- wyższe harmoniczne żłobkowe

## Sposób wykonania pomiarów

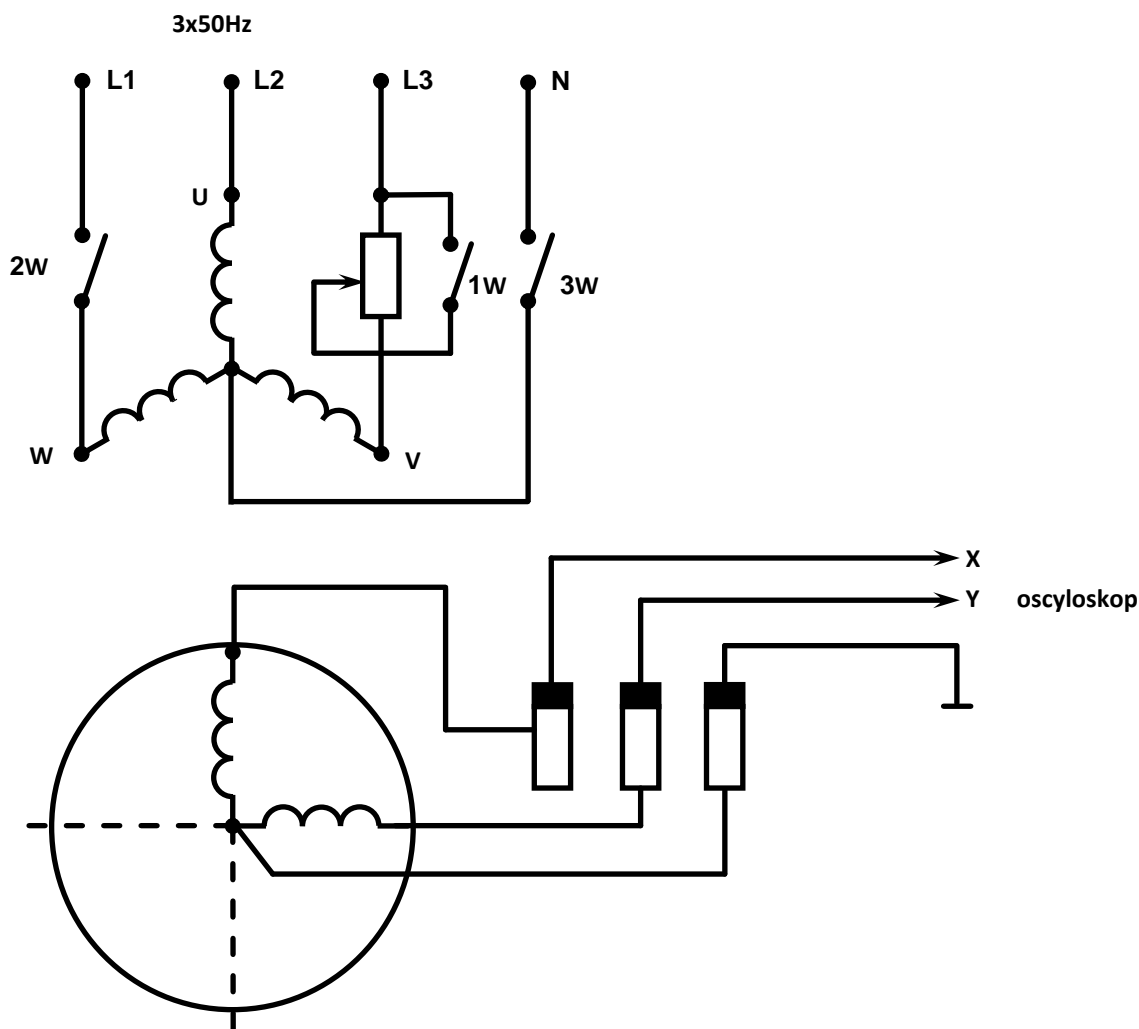
Do badania pól magnetycznych bezkomutatorowych maszyn prądu przemiennego służy w laboratorium maszyn modelowa o uzwojonym wyłącznie stojanie. W modelowej maszynie trójfazowe uzwojenie stojana jest rozłożone w żłobkach, natomiast na powierzchni bezżłobkowego wirnika są umieszczone dwie identyczne cewki pomiarowe o kilku zwojach. Osie cewek pomiarowych są przesunięte w przestrzeni o kąt  $90^\circ$  elektrycznych. Końce cewek są wyprowadzone do trzech pierścieni ślizgowych, poprzez które cewki wirujące wraz z wirnikiem łączy się z aparaturą pomiarową i rejestracyjną umieszczoną poza maszyną. Wirnik wprowadza w ruch obrotowy silnik napędowy.

W pierwszej części ćwiczenia przeprowadza się badanie rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej, wytworzonej przez trójfazowe uzwojenie stojana, zasilone układem trójfazowych prądów symetrycznych. Rozkład indukcji magnetycznej należy wyznaczyć dla dwóch różnych wartości  $\omega t$ , np. dla chwili  $t=0$ , gdy wartość chwilowa prądu w fazie U jest równa wartości maksymalnej ( $i_U(t) = i_{max}$ ), oraz dla chwili  $t = \frac{T}{4}$ , gdy wartość chwilowa prądu w fazie U jest równa ( $i_U(t) = 0$ ). Chwilowe wartości prądów przemiennych odpowiadające wybranym wartościom  $\omega t$  należy zamodelować prądem stałym. W tym celu poszczególne fazy uzwojenia stojana należy zasilić prądem stałym, nastawiając takie wartości prądu, jakie by w wybranej chwili przepływały przez daną fazę uzwojenia zasilanego układem trójfazowych prądów symetrycznych. Schemat połączeń układu pomiarowego pokazano na rysunku 17.



Rys. 17. Połączenie uzwojeń dla dwóch chwil czasowych : a)  $i_U = i_{max}$ , b)  $i_U = 0$

Rezystancje szeregowe służą do nastawienia żądanej wartości prądu. Powstałe pole magnetyczne jest polem nieruchome, jednak rozkład pola jest taki sam jak w wybranej chwili przy przepływie przez uzwojenie prądów przemiennych. Dla dokonania pomiaru należy wirnik wprowadzić w ruch obrotowy za pomocą silnika napędowego. W cewkach, pomiarowych, wirujących w nieruchomym polu magnetycznym, indukują się siły elektromotoryczne proporcjonalne do wartości indukcji magnetycznej. Zarejestrowany przebieg indukowanej siły elektromotorycznej odpowiada rozkładowi indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej. W drugiej części ćwiczenia bada się hodograf wektora indukcji magnetycznej powstałej w szczelinie powietrznej przy zasilaniu poszczególnych uzwojeń fazowych stojana napięciami przemiennymi. Pomiarów dokonuje się przy nieruchomym wirniku łącząc uzwojenia według schematu pokazanego na rysunku 18. Siłę elektromotoryczną indukowaną w jednej cewce pomiarowej doprowadza się do płytek X ( odchylenia poziomego) oscyloskopu, natomiast siłę elektromotoryczną cewki drugiej do płytek Y (odchylenia pionowego) oscyloskopu. Obraz uzyskany na ekranie oscyloskopu (figura Lissajous), występuje w szczelinie powietrznej. Obraz na ekranie oscyloskopu jest badany hodografem wektora indukcji. Dla uzyskania prawidłowych wyników wzmocnienia obu kanałów oscyloskopu muszą być jednakowe.



Rys. 18. Schemat połączenia układu do wyznaczenia hodografu wektora indukcji

## Literatura

[3] Dąbrowski M.: Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych WNT

[6] Latek W. Zarys maszyn elektrycznych WNT

[8] Plamitzer A.M.: Maszyny elektryczne WNT

[11] Stein Z. Maszyny i napęd elektryczny WSiP

[12] Węglarz J. Maszyny elektryczne WNT

## Pytania kontrolne

- Jakie rodzaje pól magnetycznych mogą być wytwarzane przez bezkomutatorowe uzwojenia prądu przemiennego?
- Jakie podstawowe parametry uzwojenia decydują o stopniu podobieństwa rozkładu indukcji w szczelinie powietrznej do rozkładu sinusoidalnego?
- Jakie są warunki wytwarzania pola magnetycznego wirującego kołowego?
- Jakie właściwości charakteryzują rzeczywisty rozkład wirującego kołowego pola magnetycznego (wpływ żłobków, zmienność rozkładu dla różnych chwil czasu)
- Jakie właściwości charakteryzują rozkład pierwszej harmonicznej wirującego kołowego pola magnetycznego dla różnych chwil czasu
- Jaką wielkość będzie odzwierciedlał przebieg siły elektromotorycznej cewki jednozwojnej średnicowej nawiniętej na wirującym ze stałą prędkością wirnika, w przypadku gdy stojan maszyny będzie wytwarzał pole magnetyczne o stałym rozkładzie w funkcji czasu?
- Jaka jest częstotliwość powtarzania się rozkładów pola o granicznych (maksymalnych lub minimalnych) wartościach szczytowych podczas wytwarzania pola wirującego kołowego przy pomocy uzwojenia trójfazowego zasilanego symetrycznym napięciem trójfazowym?
- Co to jest hodograf wektora i jakie są spodziewane kształty hodografu wektora indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny z trójfazowym uzwojeniem zasilanym napięciem trójfazowym symetrycznym i niesymetrycznym?
- Jak można sobie wyobrazić niesymetrię układu trójfazowego napięć?